

УДК 621.735.3

Марков О. Е.
Алиев И. С.
Обухов А. Н.
Грудкина Н. С.

УСТАНОВЛЕНИЕ СВЯЗИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ КОВКИ СЛИТКОВ

В современных экономических условиях на производствах при проектировании технологических процессов обработки металлов давлением необходимо разрабатывать новые ресурсосберегающие технологические процессы, которые обеспечивают высокое качество продукции, для конкурентоспособности на рынках поковок. Особенно это касается металлургического производства и тяжелого машиностроения, так как эти направления являются приоритетными для Украины, при этом качество продукции этих отраслей остается низким, в частности крупные детали, которые изготавливаются из слитков ковкой на гидравлических прессах. Особенностиковки крупных поковок заключаются в том, что номенклатура изготавливаемой продукции очень широкая и разнообразная, а производство считается единственным, так как многиековки изготавливаются единожды и повторного их заказа может и не быть. Каждую поковку весом более 30 тонн можно считать уникальной и разработка технологического процессаковки крупных поковок является одним из ответственных этапов изготовления, так как брак или низкие механические свойства поковок ответственного назначения не допускаются. Повторяемость заказов низкая или отсутствует, поэтому наработок и опытной статистики в большинстве случаев нет. Проведение экспериментальных исследований на крупных слитках экономически нерентабельно, поэтому единственным решением данной проблемы является теоретическое исследование. Единственный метод, который может дать приемлемое решение – метод конечных элементов (МКЭ) [1], так как моделирование процессовковки со свободным истечением металла, многопереходностью операций со сменой знака деформирования, учетом тепловых процессов и наличием внутренних дефектов усложняет задачу. Использование программных продуктов на основе МКЭ позволяет исключить расходы, связанные с выполнением промышленных экспериментов.

МКЭ позволяет моделировать сложные процессыковки слитков, однако возникают трудности при учете нелинейности механических свойств металла при горячем деформировании. На сегодняшний день известны различные варианты учета реологических свойств материала и установления связи между напряжениями и деформациями. Одни из них решаются в упругопластической постановке (метод упругих решений, дополнительных нагрузок А. А. Илюшина, деформаций, переменных параметров упругости, гидродинамических приближений). Основная идея методов упругих решений заключается в нахождении задачи в упругой постановке и при помощи дополнительных итераций последовательных приближений выходить на пластические свойства металла [2]. Это требует значительных дополнительных вычислительных ресурсов. В результате увеличивается общее время вычислений в несколько раз, что делает метод МКЭ менее эффективным, по сравнению с другими численными методами.

Целью работы является установление связи между напряжениями и деформациями с учетом реологии материала и его механических свойств при горячем пластическом деформировании, когда у металла проявляются вязкие свойства наряду с процессами релаксации.

Главное отличие вязких необратимых деформаций твердого тела от пластических состоит в том, что последние зависят от скорости деформации, особенно при повышенных температурах [3]. Металл обладает вязкими свойствами, когда напряжения деформирования зависят от скоростей деформаций $\sigma = \sigma(\dot{\epsilon})$ [4]. Более того, вязкость материала проявляется в том, что после деформации напряжения в теле изменяются с течением времени (происходит

релаксация напряжений). Для случая горячего пластического деформирования, когда наряду с процессами упрочнения происходит разупрочнение, адекватной реологической моделью служит вязкоупругая релаксирующая среда Максвелла [5, 6]. Суммарная степень деформации в этом случае состоит из упругой и пластической составляющих [7]. Схематически механику процесса горячего деформирования с релаксацией можно представить механической моделью (рис. 1), которая состоит из последовательно соединенных упругого E и вязкого ν элементов $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^p$.

Через скорости деформации имеем:

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma_{xx}}{dt} + \frac{\sigma_{xx}}{\nu}, \quad (1)$$

где ν – динамическая вязкость, МПа·с; E – модуль упругости Юнга, МПа.



Рис. 1. Модель Максвелла

Решая уравнение (1) относительно напряжений:

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dt} + \frac{\sigma_{xx}}{T} = E \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt},$$

где величина T – время релаксации, с $T = \nu/E$.

Величина T представляет собой время, за которое начальное напряжение уменьшается в $e=2,718$ раз. Поэтому вязкоупругая модель Максвелла учитывает реальное поведение свойств металла при высокотемпературном пластическом деформировании – скоростное и деформационное упрочнение, а также разупрочнение, которое обеспечивает снижение сопротивления деформирования в данном случае по экспоненциальной зависимости при постоянной деформации [8]. Решение этого линейного дифференциального уравнения при условии, что среда деформируется с постоянной скоростью, будет иметь вид:

$$\sigma_{xx} = E \cdot \bar{\varepsilon} \cdot \left(1 - e^{-t/T}\right). \quad (2)$$

В реальных процессахковки скорость деформирования не постоянна, поэтому для решения уравнения (2) зададимся функцией степени деформации от времени. Эта функция должна быть возрастающей, так как в процессах деформирования степень деформации увеличивается. В качестве этой функции можно выбрать монотонно возрастающую экспоненциальную функцию вида, что соответствует реальным процессам деформирования (рис. 2):

$$\bar{\varepsilon} = \frac{T}{A} \cdot \varepsilon_{xx} \left(1 - e^{-\frac{At}{T}}\right).$$

Скорость деформации в этом случае:

$$\xi = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} = \frac{T}{A} \cdot \varepsilon_{xx} \left(-e^{-\frac{At}{T}}\right) \cdot \left(-\frac{A}{T}\right) = \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}, \quad (3)$$

которая является убывающей (рис. 2), что также характерно для процессовковки крупных поковок на гидравлических прессах, когда с увеличением степени деформации происходит упрочнение материала и увеличение размеров очага деформации, что приводит к увеличению усилия деформирования, а, следовательно, уменьшению линейной скорости деформирования, а соответственно и скорости деформации. Подставляя скорость деформации (3) в искомое уравнение (2), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dt} + \frac{\sigma_{xx}}{T} = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}. \quad (4)$$

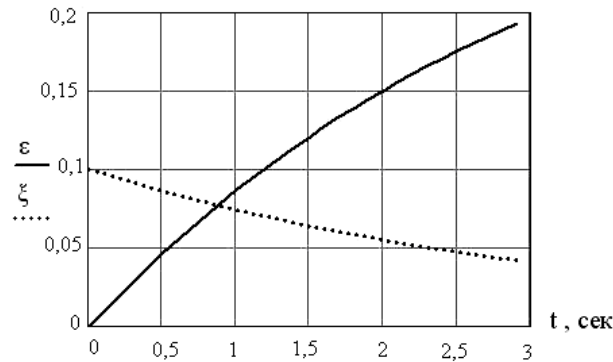


Рис. 2. Зависимости степени ε и скорости ζ деформации от времени

Используя замену Бернулли:

$$\sigma_{xx} = u(t) \cdot v(t) \quad (5)$$

для уравнения (4) получим:

$$u' \cdot v + v' \cdot u + \frac{u \cdot v}{T} = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}} \quad \text{или} \quad u' \cdot v + u \left[v' + \frac{v}{T} \right] = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}.$$

$$\text{Если} \quad \begin{cases} v' + \frac{v}{T} = 0, \text{ то} \\ u' \cdot v = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}. \end{cases}$$

Решая первое уравнение системы $v' + \frac{v}{T} = 0$, имеем:

$$\int \frac{dv}{v} = -\int \frac{dt}{T} \quad \text{или} \quad \ln|v| = -\frac{t}{T}, \quad \text{следовательно} \quad v = e^{-\frac{t}{T}}.$$

Решение второго дифференциального уравнения системы $u' \cdot v = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}$ совместно с v :

$$\frac{du}{dt} \cdot e^{-\frac{t}{T}} = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot e^{-\frac{At}{T}}.$$

Интегрируя его $\int du = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \int e^{\frac{t}{T}} \cdot e^{-\frac{At}{T}} dt$, получаем:

$$u = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \int e^{\frac{t}{T}(1-A)} dt = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{\frac{t}{T}(1-A)} + C.$$

Подставляя полученное выражение для u и v в уравнение (5), имеем:

$$\sigma_{xx} = u \cdot v = \left[E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{\frac{t}{T}(1-A)} + C \right] \cdot e^{-\frac{t}{T}} = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{\frac{t}{T}(1-A)} \cdot e^{-\frac{t}{T}} + C \cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$

Решение этого уравнения при $\sigma_{xx}^{(0)} = 0$ будет:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{\frac{t}{T}(1-A)} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{-\frac{t}{T}} = \\ &= E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \left[e^{\frac{t}{T}(1-A)} - 1 \right] = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \frac{T}{1-A} \left[e^{-\frac{tA}{T}} - e^{-\frac{t}{T}} \right].\end{aligned}$$

Графически полученную зависимость можно представить в виде функции (рис. 3), которая имеет явный участок упрочнения при приложении нагрузки и разупрочнения при снятии нагрузки. Пик напряжений зависит от скорости деформации, а время релаксации от вязкости материала и его упругих констант.

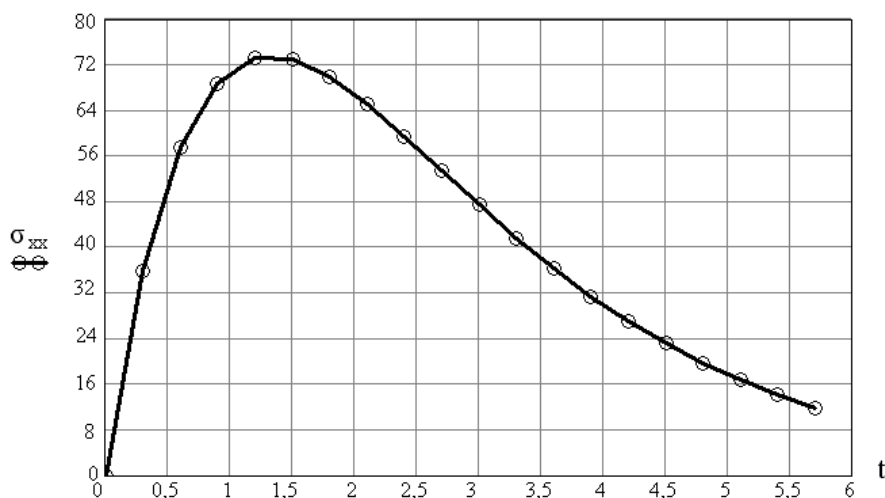


Рис. 3. Вязкоупругое упрочнение и релаксация металла при горячем пластическом деформировании

Полученная зависимость совпадает с данными Л. Н. Соколова, которые были получены для сталей при горячем деформировании [9]. Автором установлено, что основным фактором, который влияет на сопротивление деформации в горячем состоянии, является скорость деформации. При увеличении скорости деформации процессы разупрочнения по своей скорости не успевают за процессами упрочнения металла. Соколов Л. Н. экспериментально доказал, что после деформации в горячем металле происходят процессы разупрочнения, которые приводят к снижению сопротивления деформации, что позволяет существенно снизить давления и усилия деформирования в процессахковки, особенно это касается энергоемкой операции осадки слитка [9].

Введем обозначения:

$$\omega = \frac{T}{1-A} \left[e^{-\frac{tA}{T}} - e^{-\frac{t}{T}} \right],$$

тогда зависимость напряжений и деформаций для вязкоупругой релаксирующей среды переписывается в виде:

$$\sigma_{xx} = E \cdot \varepsilon_{xx} \cdot \omega. \quad (6)$$

Сделав пересчет линейного напряженного состояния на объемное напряженное состояние по аналогии [10], установим связь между напряжениями и деформациями в матричной форме:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{\omega \cdot E \cdot (1-\mu)}{(1-2\mu) \cdot (1+\mu)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{(1-\mu)} & \frac{\mu}{(1-\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{(1-\mu)} & 1 & \frac{\mu}{(1-\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{(1-\mu)} & \frac{\mu}{(1-\mu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\mu)}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

При моделировании процессов осадки крупных слитков МКЭ достаточно решения задачи в цилиндрической системе координат, что позволит уменьшить количество узлов и элементов, а, следовательно, уменьшить время расчета.

Используя полученные соотношения для напряжений и деформаций (7), была составлена программа на основе МКЭ. Проверка результатов расчета осуществлялась на примере процесса осадки цилиндрической заготовки на плоских плитах (рис. 4–6) с предельными коэффициентами трения по Зибелю (0 и 0,5). Диаметр заготовки 1000 мм, длина 2000 мм, шаг квадратной сетки 50 мм (рис. 4). Степень деформации при осадке в обоих случаях 50 %. Решалась изотермическая задача для исключения влияния неоднородности температурного поля, вызванного охлаждением со стороны инструмента, на распределение деформаций по сечению заготовки. Полученные результаты показывают, что после осадки с коэффициентом трения $\mu = 0$ имеем прямоугольную координатную сетку с высотой ячейки в 2 раза меньше начальной, вытянутую в горизонтальном направлении (рис. 5). Вертикальные и горизонтальные линии сетки сохраняют свою прямолинейность, отсутствует бочкообразность.

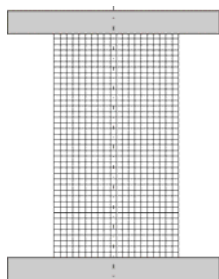


Рис. 4. Конечно-элементная сетка до деформации

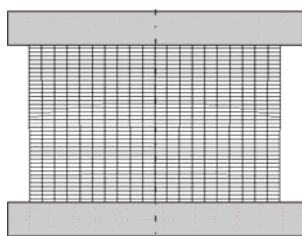


Рис. 5. Конечно-элементная сетка после осадки на 50 % с коэффициентом трения $\mu = 0$

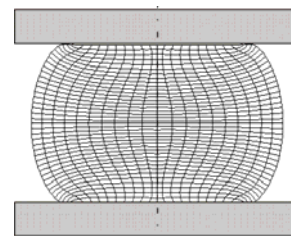


Рис. 6. Конечно-элементная сетка после осадки на 50 % с коэффициентом трения $\mu = 0,5$

Обозначенные особенности показывают равномерность и однородность деформации при осадке без трения, что совпадает с теорией ОМД и подтверждает точность решения задачи предложенными выше зависимостями (7). При осадке с максимальным трением $\mu = 0,5$ (условие полного прилипания узлов сетки к инструменту) также имеем результаты, которые совпадают с общеизвестными в ОМД (рис. 6). В этом случае имеем четко выраженную бочкообразность, которая является следствием неравномерности деформаций из-за действия контактных сил трения. Контактные с инструментом зоны заготовки остаются недеформированными, максимальные деформации локализируются в центральной зоне заготовки.

Важно отметить, что использование в математическом аппарате МКЭ выведенных выше уравнений (7), при малом количестве элементов, обеспечивает выполнение закона постоянства объема заготовки в процессе деформации без дополнительных штрафных функций, что является решением важной научной проблемы при решении задач пластического деформирования МКЭ [11]. При этом конечно-элементная координатная сетка совпадает

с экспериментальной сеткой, полученной в работе [12]. Изменение объема заготовки в случае свободной (открытой) осадки с максимальным трением и без трения составляет примерно 2–4 %, что свидетельствует об адекватности разработанных математических законов связи напряжений и деформаций через упруго-вязкую релаксирующую среду Максвелла.

ВЫВОДЫ

Установлена связь между напряжениями и деформациями при горячем пластическом деформировании металла с учетом упрочнения при деформировании и релаксации в паузах между нажимами пресса через упруго-вязкую релаксирующую среду Максвелла. Выведенные зависимости позволяют встроить их в математический аппарат метода конечных элементов, что позволит моделировать процессыковки крупных поковок. Полученная конечно-элементная координатная сетка подтверждается экспериментальными данными при этом разница объемов заготовки до и после деформации составляет 2–4 %, что обеспечивает условие несжимаемости материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Biba N. *Open Die Forging Simulation and Analysis with QForm-3D* / N. Biba, S. Stebunov, H. Muntinga // *MEFORM 2008, Simulation von Umformprozessen*. – 2008.
2. Кузьменко В. И. *Решение на ЭВМ задач пластического деформирования : справочник* / В. И. Кузьменко, В. Ф. Балакин. – К. : Техника, 1990. – 136 с.
3. Друянов Б. А. *Прикладная теория пластичности пористых тел* / Б. А. Друянов. – М. : Машиностроение, 1989. – 168 с.
4. Аркулис Г. Э. *Теория пластичности. Учебное пособие для вузов* / Г. Э. Аркулис, В. Г. Дорогобид. – М. : Металлургия, 1987. – 352 с.
5. *Сопrotивление деформации и пластичность металлов (при обработке давлением)* / В. С. Смирнов, А. К. Григорьев, В. П. Пакудин, Б. В. Садовниченко. – М. : Металлургия, 1975. – 272 с.
6. Качанов Л. М. *Основы теории пластичности* / Л. М. Качанов. – М., Наука, 1969. – 420 с.
7. Попов М. В. *Структурные модели чистой обработки металлов давлением методами поверхностного пластического деформирования* / М. В. Попов // *Обработка материалов давлением : сб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2010. – № 1 (22). – С. 25–31.*
8. Гун Г. Я. *Теоретические основы обработки металлов давлением. (Теория пластичности) Учебник для вузов* / Г. Я. Гун. – М. : Металлургия, 1980. – 456 с.
9. Соколов Л. Н. *О влиянии скорости деформации на усилие при ковке слитков* / Л. Н. Соколов // *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні : зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА, 2003. – С. 275–279.*
10. Марков О. Е. *Матрица физических свойств для МКЭ при решении задач горячего пластического деформирования* / О. Е. Марков, Л. Н. Соколов, С. А. Близнюк // *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії та машинобудуванні : зб. наук. праць ДДМА. – Краматорськ : ДДМА, 2002. – С. 270–275.*
11. Снитко С. А. *Влияние параметров конечно-элементных моделей на точность расчета формоизменения металла и сил при штамповке и прокатке заготовок железнодорожных колес* / С. А. Снитко, А. А. Дужуржи // *Обработка материалов давлением : сб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2010. – № 1 (22). – С. 44–48.*
12. *Применение траекторий перемещения частиц для прогнозирования структуры металла при осадке* / Г. П. Жигулев, М. Н. Скрипаленко, А. М. Широких, М. М. Скрипаленко // *Обработка материалов давлением : сб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2010. – № 1 (22). – С. 32–37.*

Алиев И. С. – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ОМД ДГМА;

Марков О. Е. – канд. техн. наук, доц. кафедры ОМД ДГМА;

Обухов А. Н. – канд. техн. наук, доц. кафедры ВМ ДГМА;

Грудкина Н. С. – ассистент кафедры ВМ ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: omd@dgma.donetsk.ua